



Département de la formation et de la sécurité
Service de l'enseignement
Departement für Bildung und Sicherheit
Dienststelle für Unterrichtswesen

CANTON DU VALAIS
KANTON WALLIS



Examens de maturité 2017

Mathématiques Renforcées

DF

5A - 5E

Version A

Exercice 1

Effectuer l'étude complète de la fonction réelle définie par

$$f(x) = \frac{\ln^2(x)}{x^2}$$

Exercice 2

Soit l'endomorphisme

$$f((x, y, z)) = (3x - 4y + 5z, 3x - 4y + 5z, 3x - 4y + 5z)$$

donné relativement à la base canonique de \mathbb{R}^3 .

1. Déterminer la matrice de f^2 dans la base canonique.
2. Déterminer une base dans laquelle la matrice de f est diagonale et donner la matrice de f^2 dans cette base.

Exercice 3

Relativement à un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, I, J, K)$, nous considérons

les points $R(-1, 5, -2)$, $S(2, -4, 1)$ et $T(1, -2, 1)$

la droite $d : \begin{cases} x = 2 + k \\ y = -4 - 2k \\ z = 1 + 2k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{R}$

et les plans $\alpha : 2x - 3y + 5z - 6 = 0$ et $\beta : 2x - 6y + 3z - 11 = 0$.

1. Déterminer l'équation cartésienne du plan γ passant par R, S et T .
2. Déterminer les équations paramétriques de la droite e , intersection des plans α et β .
3. Déterminer la mesure de l'angle aigu φ formé par les plans α et β .
4. Vérifier que les droites d et (ST) sont sécantes puis déterminer leur point d'intersection M .
5. Déterminer l'équation cartésienne de la sphère Σ de centre R et tangente à β .
6. Déterminer le point R' , symétrique de R par rapport au plan β .

Exercice 4

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $xy' - ny = x^{n+1}e^x$
2. $4y'' + 3y' = 72 + 153 \sin(3x)$

Exercice 5

Relativement à un repère orthonormé, nous considérons les points $Q(3, 3, 2)$ et $R(0, 1, 2)$ ainsi que le point $P(x, 0, 0)$ sur l'axe O_x .

1. Montrer que l'aire du triangle basé sur les vecteurs \overrightarrow{PR} et \overrightarrow{PQ} égale $A(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + 12x + 61}}{2}$
2. Déterminer la valeur de x pour laquelle $A(x)$ est minimale. Justifier qu'il s'agit bien d'un minimum.

Exercice 6

Vanessa suit des cours du soir. Ceux-ci se terminent vers 23h. Trois fois sur cinq, son cousin Jo la ramène gratuitement dans son taxi, sinon, trois fois sur 4, elle arrive à attraper le car et le trajet de retour lui coûte alors CHF 5.-. Enfin, si elle rate le car, elle tire à pile ou face pour décider si elle prend un taxi payant qui lui coûte CHF 45.- ou si elle reste à l'hôtel pour CHF 50.-.

1. Montrer que la probabilité que Vanessa passe sa nuit à l'hôtel égale $\frac{1}{20}$.
2. Combien de cours doit prendre Vanessa pour que la probabilité qu'elle dorme au moins une fois à l'hôtel soit supérieure à 90% ?
3. Quelle est la probabilité que, sur 20 soirs, Vanessa rentre exactement 15 fois avec Jo ?
4. Quelle est la probabilité que, sur 20 soirs, Vanessa rentre 10 fois avec Jo, 7 fois avec le car et 3 fois avec un taxi payant ?
5. La maman de Vanessa la voit descendre d'un taxi. Quelle est la probabilité que Jo soit au volant ?
6. À quel coût peut s'attendre Vanessa pour 20 soirs de formation ?

FIN

Bon travail!