

Examens de maturité 2013

Mathématiques renforcées DF Classes 5A, 5F et 5I Version A

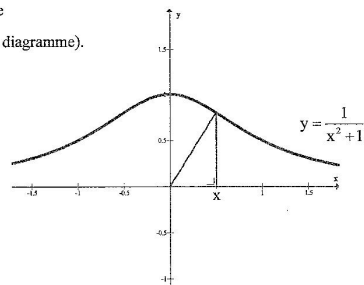
Exercice 1

- 1.1) Étudier la fonction réelle donnée par $f(x) = x(\ln^2(x) - 2\ln(x) + 1)$.
- 1.2) Déterminer l'aire de la surface située entre la courbe, les axes et la droite $x = 2$.

Exercice 2

On considère les triangles rectangles dont l'hypoténuse relie l'origine à un point de la courbe $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ avec $x > 0$ (cf. diagramme).

Quelle est l'aire maximale d'un tel triangle ?



Exercice 3

Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} -1 & m & 2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ associée à un endomorphisme h de \mathbb{R}^3 .

- 3.1) Déterminer m pour que h ne soit pas bijectif.
- 3.2) Si l'on pose $m = 1$, diagonaliser M en précisant la matrice P du changement de base.
- 3.3) Toujours en posant $m = 1$, déterminer M^n .

Exercice 4

Je me rends chaque matin au collège en empruntant le car. Celui-ci est en retard un jour sur trois. Le trajet coûte normalement Fr. 2.-, mais le chauffeur, très sympathique me fait parfois une fleur. En effet, lorsque le car est à l'heure, il ne me fait payer que Fr. 1.- une fois sur cinq et lorsque le car est en retard, il m'offre la gratuité de la course une fois sur deux.

- 4.1) Quelle est la probabilité que je paye le tarif normal demain matin ?
- 4.2) Si je n'ai pas payé le tarif normal, quelle est la probabilité que le car ait été en retard ?
- 4.3) Combien de fois dois-je prendre le car pour être sûr à 99% qu'une fois au moins je n'aie pas payé le tarif normal ?
- 4.4) Combien me revient en moyenne un trajet pour le collège ?

Exercice 5

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$,

on considère les plans $\alpha: 9x + y - 7z - 12 = 0$ et $\beta: 2x + 3y + 4z - 11 = 0$

ainsi que les droites $d: \begin{cases} x = 5 + 3k \\ y = -1 - 2k \\ z = 3 + 2k \end{cases}$ et $e: \begin{cases} x = 2 + m \\ y = 1 - 2m \\ z = 1 + m \end{cases}$.

- 5.1) Déterminer le point I , intersection de α et d et vérifier que I appartient aussi à β .
- 5.2) Déterminer la droite f , intersection de α et β .
- 5.3) Déterminer l'équation cartésienne du plan γ contenant d et e .
- 5.4) Déterminer l'angle φ entre α et β .
- 5.5) Calculer les coordonnées du point O' , symétrique de l'origine par rapport à α .

Fin