

Examens de maturité 2019

Mathématiques renforcées

DF

5E, 5F, 5H, 5J

Version A

Problème 1

Soit la fonction donnée par $f(x) = (x - x^2)e^{1-x}$.

Faire l'étude complète de la fonction f et construire sa représentation graphique.

Problème 2

a) Si f est l'application linéaire telle que

$$f((1, 1, 1)) = (1, 5) \quad f((2, -1, 1)) = (-3, 2) \quad f((-2, 3, 1)) = (1, 18)$$

Déterminer $f((x, y, z))$.

b) Soit g et h les applications linéaires données par

$$g((x, y, z)) = (2x + 3y - z, -x + y - 2z, x - 5y + 6z)$$

$$h((x, y)) = (-2x + y, x - 2y, x - 2y)$$

Déterminer les matrices, les noyaux et images (bases et dimensions) de g , de h et de $g \circ h$.

Problème 3

Soit $f(x) = x^2 \sin(2x)$.

a) Utiliser les développements usuels donnés dans le *Formulaire* pour déterminer $P(x)$, le développement limité d'ordre 9 de $f(x)$ au voisinage de $a = 0$.

b) Calculer $\int_0^1 P(x) dx$.

c) Calculer $\int_0^1 f(x) dx$ et déterminer l'erreur relative avec le résultat obtenu en b).

Problème 4

Dans l'espace E_3 muni d'un repère orthonormé, nous considérons le plan $\alpha : x - 4y - 8z - 114 = 0$, ainsi que les points $A(2, -1, 10)$, $B(5, -10, -12)$ et $C(4, -6, -4)$.

a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AC) , puis calculer la distance de B à la droite (AC) .

b) Déterminer l'équation du plan β , parallèle à α et passant par B .

c) Soit D la projection orthogonale de C sur α . Calculer les coordonnées de D .

d) Donner l'équation cartésienne de la sphère S de centre C et de rayon $r = 9$.

e) Montrer que la sphère S et le plan α sont sécants, puis donner le centre et le rayon de leur cercle d'intersection.

f) Vérifier que le point B appartient à la sphère S . De plus, sachant que les points B , C et D sont alignés, déterminer la position relative de la sphère S et du plan β .

FIN