

## Examens de maturité 2013

Mathématiques Normales 5B, 5H, 5I, 5J

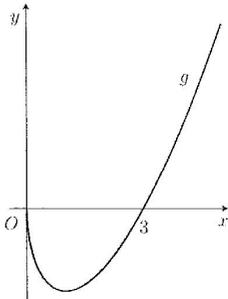
Version B

### Problème 1

Étudier la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x^3}{2(x-1)^2}$  et en faire la représentation graphique (unité 2 carreaux).

### Problème 2

On considère la fonction  $g: x \mapsto \sqrt{x}(x-3)$  dont on donne la courbe représentative.



- Déterminer les coordonnées du minimum de  $g$ .
- Calculer l'angle aigu formé par la courbe représentative de  $g$  avec l'axe des  $x$  au point d'abscisse 3.
- Démontrer que l'origine du repère est un point à tangente verticale pour  $g$ .
- Calculer l'aire du domaine  $D$  délimité par la courbe représentative de  $g$  et l'axe des  $x$  (surface grisée).
- Calculer le volume du corps de révolution engendré par la rotation du domaine  $D$  autour de l'axe des  $x$ .

### Problème 3

Dans l'espace  $E_3$  muni d'un repère orthonormé, on considère les points  $A(1; -1; -1)$ ,  $B(-1; 2; -3)$ ,  $C(3; -2; -3)$ ,  $D(1; -1; 2)$  et le plan  $\alpha: 2x + 2y + z + 1 = 0$ .

- Déterminer l'équation cartésienne du plan  $\beta$  contenant les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
- Calculer la distance du point  $D$  au plan  $\alpha$ .
- Calculer l'angle aigu  $\gamma$  que forme droite  $(BD)$  et le plan  $\alpha$ .
- Donner le centre et le rayon de la sphère  $S$  d'équation  $x^2 - 2x + y^2 + 2y + z^2 - 4z - 3 = 0$ .
- Montrer que le plan  $\alpha$  coupe la sphère  $S$  et calculer le centre et le rayon du cercle d'intersection  $\alpha \cap S$ .

### Problème 4

- On jette un dé régulier dix fois de suite. Calculer la probabilité que
  - le 6 apparaisse exactement trois fois;
  - le 6 apparaisse au moins trois fois.
- Combien de fois doit-on lancer un dé régulier pour que la probabilité que 6 apparaisse au moins une fois soit supérieure à 99%?
- On jette simultanément deux dés réguliers. Soit  $X$  la variable aléatoire représentant le plus grand des deux nombres que l'on obtient. Donner la loi de probabilité de  $X$  à l'aide d'un tableau et calculer son espérance puis son écart type.