Département de la formation et de la sécurité
Service de l'enseignement
Departement für Bildung und Sicherheit
Dienststelle für Unterrichtswesen
CANTON DU VALAIS
KANTON WALLIS

Lycée Collège Creusets

Examens de maturité 2016

Mathématiques Normales	DF	5E - 5F - 5G	Version A

Exercice 1

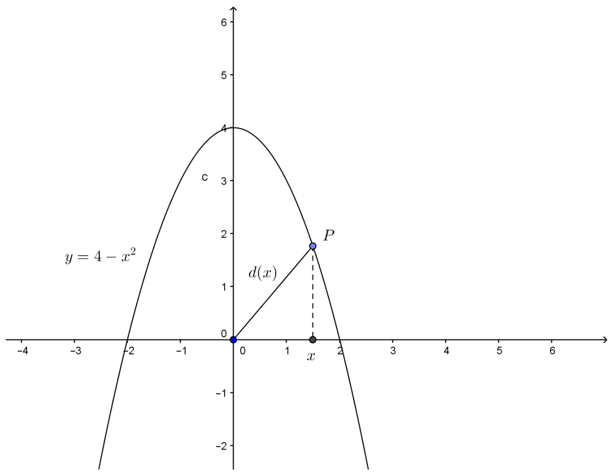
Soit la fonction donnée par $f(x) = x^3\,e^{-x}$

Effectuer l'étude complète de la fonction f et construire sa représentation graphique.

Exercice 2

Soit la courbe définie par $y = 4 - x^2$

On considère l'abscisse x **comprise entre 0 et 2** ainsi que la distance $d(x)$ de l'origine au point P d'abscisse x de la courbe comme sur le diagramme ci-contre.



1. Montrer que la distance considérée égale $d(x) = \sqrt{x^4 - 7x^2 + 16}$

2. Déterminer l'abscisse x pour laquelle la distance $d(x)$ est minimale (justifier que ce soit un minimum). Quelle est cette distance ?

3. Déterminer l'abscisse x pour laquelle la distance $d(x)$ est maximale (justifier que ce soit un maximum). Quelle est cette distance ?

Exercice 3

Relativement à un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, I, J, K)$, on considère les points

$P(-9, 7, 3)$ $\qquad$ $C\left(-2, 0, \dfrac{13}{2}\right)$ $\qquad$ la droite $\quad d : \begin{cases} x = -8 + k \\ y = -16 - 9k \\ z = 20 + 10k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{R}$

et le nombre $r = \dfrac{21}{2}$.

1. Déterminer l'équation cartésienne du plan qui contient le point P et la droite d.

2. Calculer l'angle aigu formé par les plans
$$\alpha :\ 11x - y - 2z + 112 = 0 \qquad \text{et} \qquad \beta :\ 3x - 7y + 8z - 2 = 0$$

3. Vérifier que le point P est un point de la sphère Σ centrée en C et de rayon r puis montrer que le plan tangent à la sphère en ce point est donné par
$$\gamma :\ 2x - 2y + z + 29 = 0$$

4. Déterminer l'équation cartésienne du plan δ strictement parallèle à γ et tangent à la sphère Σ.

5. Calculer la distance qui sépare le point C de la droite d.

Exercice 4

Soit un endomorphisme h dans $\mathbb{R}^3$. Sa matrice associée dans la base $\mathcal{B}' = ((1, 0, 1), (0, 2, -1), (1, 1, 1))$ est la matrice diagonale $M' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Montrer que $\mathcal{B}'$ est bien une base de $\mathbb{R}^3$.

2. Quelle est la matrice M associée à h dans la base canonique ?

3. Quels sont les valeurs propres de h et les sous-espaces vectoriels associés ?

Exercice 5

La probabilité que, le samedi, Marc ait une répétition de la fanfare vaut 0.5 ; celle qu'il ait un entraînement de football vaut 0.6 et celle qu'il n'ait ni l'une ni l'autre vaut 0.3 .

1. Calculer la probabilité que Marc ait au moins trois entraînements de football lors des sept prochains samedis.

2. Calculer la probabilité que Marc ait à la fois un entraînement de football et une répétition de la fanfare samedi prochain.

3. Déterminer combien de samedis sont nécessaires pour que la probabilité que Marc n'ait ni une répétition de la fanfare, ni un entraînement de football au moins une fois parmi ces samedis soit supérieure à 0.95 .

Si Marc skie le dimanche, il est accompagné par Aurèle 3 fois sur dix. S'il ne skie pas le dimanche, Aurèle lui tient compagnie six fois sur dix. De plus, la probabilité que Marc et Aurèle soient ensemble le dimanche vaut 0.36 .

4. Calculer la probabilité que Marc skie le dimanche. (Si cette probabilité n'est pas trouvée, la noter q afin de pouvoir tout de même répondre à la question suivante.)

5. Calculer la probabilité que Marc skie un dimanche, sachant qu'Aurèle l'accompagne.

FIN

Bon travail !