

Lycée-Collège des CREUSETS – Sion

Examen de maturité 2008 Mathématiques normales 5A – 5G – 5H – 5I – 5J

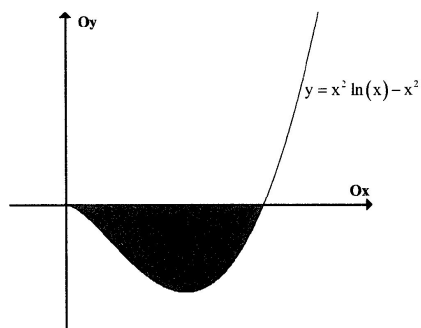
Exercice 1

Étudier la fonction réelle donnée par $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$.

Notons que la courbe admet deux asymptotes obliques et n'intersecte l'axe Ox qu'en un seul point $(-3.92; 0)$.

Exercice 2

Détermine l'aire géométrique grisée σ entre l'axe Ox et la courbe donnée par $y = x^2 \ln(x) - x^2$.



Exercice 3

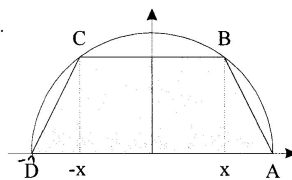
On considère le demi-cercle de rayon 1 centré à l'origine et situé au-dessus de l'axe horizontal. On nomme les extrémités du demi-cercle $A(1; 0)$ et $D(-1; 0)$.

On considère ensuite un nombre positif x inférieur à 1. On nomme B et C les points du demi-cercle d'abscisses respectives x et $-x$.

3.1) Montrer que l'aire du trapèze $ABCD$ vaut $\sigma(x) = (1+x)\sqrt{1-x^2}$.

3.2) Déterminer la valeur de x pour laquelle cette aire est maximale.

3.3) Justifier le fait qu'il s'agit bien d'un maximum.



Exercice 4

Le FC Sion ne marque aucun but une fois sur trois. Il marque un but une fois sur quatre, deux buts une fois sur quatre et trois buts une fois sur six. Il ne marque jamais plus de trois buts.

- 4.1) Quelle est la probabilité qu'en cinq rencontres, le FC Sion marque deux fois deux buts et trois fois trois buts ?
- 4.2) Si, lors de deux matches consécutifs, le FC Sion marque un total de 3 buts, quelle est la probabilité qu'il n'en ait marqué aucun lors de la première rencontre ?
- 4.3) À combien de matches dois-je assister pour que la probabilité de voir le FC Sion ne marquer aucun but dans au moins une rencontre soit supérieure à 99 % ?
- 4.4) Combien le FC Sion marque-t-il de buts en moyenne ?
- 4.5) Un ami me propose un jeu. Si le FC Sion ne marque pas trois buts, il me donne Fr. 10.- par but marqué. Combien devrais-je alors lui donner si le FC Sion marque trois buts pour que le jeu soit équitable ?

Exercice 5

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère

la droite d passant par $A(4; -8; -9)$ et de vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 18 \end{pmatrix}$

les points $B(11; 4; 26)$, $C(-1; -12; -6)$, $D(6; 4; -9)$ et $S(5; -2; 9)$

le plan $\alpha: x - 4y + 8z - 4 = 0$.

- 5.1) Déterminer le point E équidistant de B et C et appartenant à la droite d .
- 5.2) Déterminer l'équation cartésienne de la sphère Σ de centre S et de rayon $r = 19$.
- 5.3) Montrer que le point D appartient à la sphère Σ .
Déterminer l'équation cartésienne du plan tangent à la sphère en D .
- 5.4) Déterminer le point S' projection orthogonale de S sur α .
- 5.5) Calculer la distance du point S au plan α .
Justifier que le plan α coupe la sphère Σ .
- 5.6) Déterminer le centre et le rayon du cercle intersection de la sphère Σ et du plan α .