

Examens de maturité 2019

Mathématiques normales – économie

DF

5E, 5F, 5G

Version A

Problème 1

Soit la fonction donnée par $f(x) = (x - x^2)e^{1-x}$.

- Faire l'étude complète de la fonction f et construire sa représentation graphique.
- Calculer l'aire totale du domaine borné limité par la courbe d'équation $y = f(x)$ et l'axe O_x .

Problème 2

- Si f est l'application linéaire telle que

$$f((1, 1, 1)) = (1, 5) \quad f((2, -1, 1)) = (-3, 2) \quad f((-2, 3, 1)) = (1, 18)$$

Déterminer $f((x, y, z))$.

- Soit g et h les applications linéaires données par

$$g((x, y, z)) = (2x + 3y - z, -x + y - 2z, x - 5y + 6z)$$

$$h((x, y)) = (-2x + y, x - 2y, x - 2y)$$

Déterminer les matrices, les noyaux et images (bases et dimensions) de g , de h et de $g \circ h$.

Problème 3

Dans le lac Léman, on trouve deux sortes de poissons. Les 60 % d'entre eux sont des corégones, les autres sont des perches.

Parmi tous ces poissons, le 30 % est constitué de mâles, mais cette proportion est d'un tiers chez les corégones.

- Montrer que la proportion de mâles chez les perches est d'un quart.
- Si je pêche un poisson et que celui-ci est une femelle, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un corégone ?
- Combien de poissons dois-je pêcher pour être sûr à 99 % d'avoir au moins une perche dans mon filet ?
- Si je pêche dix poissons, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un échantillon représentatif, c'est-à-dire qu'il y ait six corégones et quatre perches ?
- Les corégones pèsent 200 g et les perches 150 g. J'ai pêché 300 poissons aujourd'hui, mais je dois relâcher les mâles. Sachant que les corégones se vendent CHF 40.- le kilo et les perches CHF 60.- le kilo, à quelle recette puis-je m'attendre ?

Problème 4

Dans l'espace \mathcal{E}_3 muni d'un repère orthonormé, nous considérons le plan $\alpha : x - 4y - 8z - 114 = 0$, ainsi que les points $A(2, -1, 10)$, $B(5, -10, -12)$ et $C(4, -6, -4)$.

- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AC) , puis calculer la distance de B à la droite (AC) .
- Déterminer l'équation du plan β , parallèle à α et passant par B .
- Soit D la projection orthogonale de C sur α . Calculer les coordonnées de D .
- Donner l'équation cartésienne de la sphère S de centre C et de rayon $r = 9$.
- Montrer que la sphère S et le plan α sont sécants, puis donner le centre et le rayon de leur cercle d'intersection.
- Vérifier que le point B appartient à la sphère S . De plus, sachant que les points B , C et D sont alignés, déterminer la position relative de la sphère S et du plan β .

FIN