



EXAMENS DE MATURITÉ 2007

BRANCHE : Applications des mathématiques OS Classe 5D

Série A

Exercice 1

On a relevé une relation exponentielle $Z = Ae^{Bn}$ entre le nombre n de matchs de football joués par l'équipe de France en Coupe du monde 1998 et le nombre Z de téléspectatrices.

Nombre de matchs	n	2	3	4	5	6	7
Nombre de téléspectatrices (en millions)	Z	0.4	0.6	1.4	1.8	4.2	8.4

- 1.1 Donner une représentation graphique de ces relevés.
- 1.2 Par la méthode des moindres carrés déterminer les paramètres A et B de la relation $Z = Ae^{Bn}$.
- 1.3 Sachant qu'au 8^{ème} et dernier match, on a dénombré 13.44 millions de téléspectatrices, quelle erreur relative donne le modèle découvert ?

Exercice 2

On veut résoudre l'équation (I) : $\ln(x) = 2 - x$.

- 2.1 Montrer que l'équation (I) admet exactement une solution sur $[1;2]$.
- 2.2 En utilisant la méthode de la bisection, donner une estimation de la solution s à 10^{-1} près.
- 2.3 En utilisant l'estimation initiale $x_0 = 2$, calculer les deux termes suivants x_1 et x_2 de la suite de Newton.
- 2.4 Pour résoudre l'équation (I), nous pouvons appliquer la méthode du point fixe.
Dans (I), isoler l'inconnue x et déterminer les cinq estimations x_1 à x_5 en partant de l'estimation initiale $x_0 = 2$.
La suite ainsi obtenue converge-t-elle ? Expliquer pourquoi.

Exercice 3

Une modiste s'est lancée dans la couleur pour cheveux et sa spécialité est le violet. Pour ses teintures, elle mélange du pigment rouge, du pigment bleu et de l'eau. Les deux spécialités offertes sont "Violette des champs" et "Aubergine normande". Les quantités en kg de chaque pigment nécessaires à un millier de bouteilles de chacune des deux colorations sont résumées par le tableau suivant.

kg / millier de bouteilles	Violette des champs (x_1)	Aubergine normande (x_2)
pigment rouge	3	2
pigment bleu	1	2

Les quantités de pigments sont limitées comme l'indique le tableau ci-dessous.

kg	Disponibilité
pigment rouge	30
pigment bleu	16

Les quantités de bouteilles qui peuvent être vendues en un mois sont limitées elles aussi.

millier de bouteilles	Violette des champs (x_1)	Aubergine normande (x_2)
quantité maximale	8	6

Enfin, le bénéfice pour chaque millier de bouteilles de chacune des deux colorations est résumé ainsi.

Francs par millier de bouteilles	Violette des champs (x_1)	Aubergine normande (x_2)
bénéfice	10'000	12'000

On veut déterminer la production de bouteilles de chacune des deux colorations afin de maximiser le bénéfice.

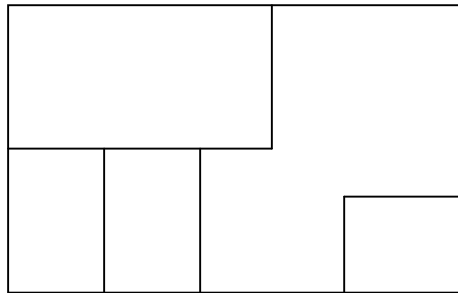
On représentera d'abord le domaine des solutions admissibles sur un diagramme cartésien. On nommera chaque sommet du polygone ainsi engendré.

On résoudra ensuite le problème en utilisant l'algorithme de Bland. Pour chaque tableau engendré, on indiquera à quel point du domaine des solutions admissibles il correspond.

On indiquera enfin les quantités de bouteilles de chaque coloration à produire ainsi que le bénéfice ainsi espéré.

Exercice 4

- 4.1 En utilisant un graphe, montrer qu'il existe (au moins) un chemin fermé (sans le dessiner) qui coupe exactement une fois chacun des 18 segments de la configuration suivante :



- 4.2 Dessiner un de ces chemins en détaillant les étapes de l'algorithme utilisé.

Fin