



Examens de maturité 2014

Applications des mathématiques

OS

5D

Version A

Consignes :

- Durée de l'examen : maximum 120 minutes.
Ordre des épreuves : Physique puis Applications des mathématiques.
- Sauf indication propre à l'exercice, effectuer les calculs avec 4 décimales.

Exercice 1

Soit la fonction donnée par $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - 3x + 1$. En arrondissant les résultats à 6 décimales, effectuer les calculs suivants :

1. Déterminer l'abscisse a de l'extremum de la fonction.
2. Soit $J =]a; +\infty[$. Déterminer un intervalle $I \subset J$ de longueur 1 contenant un zéro de la fonction. En partant de la borne de gauche de l'intervalle I , déterminer les 4 prochains termes de la suite de Newton associée à la fonction f .
3. Déterminer une fonction exponentielle h permettant d'appliquer la méthode du point fixe sur l'intervalle $]0; 2[$. Justifier les hypothèses supplémentaires associées à cette fonction h . Soit $x_0 = 0$, déterminer les 6 termes suivants obtenus par la méthode du point fixe.

Exercice 2

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires annuel en milliers de francs d'une entreprise pendant ses huit premières années d'activité.

| Année | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---------------------------------------|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| Chiffre d'affaires en milliers de CHF | 32 | 48 | 56 | 82 | 112 | 132 | 190 | 260 |

1. Déterminer l'équation de la droite de régression et utiliser ce résultat pour estimer le chiffre d'affaires de l'exercice pour l'année 9.
2. Établir une relation entre l'année x et le chiffre d'affaires y de type : $y = k e^{mx}$. Déterminer les valeurs de k et m en faisant les calculs à trois décimales. À l'aide de cette relation, estimer le chiffre d'affaires de l'exercice de l'année 9.
3. Commenter brièvement les résultats obtenus aux deux parties précédentes.

Exercice 3

Vous travaillez pour une entreprise de fabrication de châssis qui envisage la production de trois nouveaux modèles au moyen des capacités de ses trois ateliers. Nous avons respectivement un châssis en aluminium, un châssis en bois et un châssis en pvc. Chaque châssis nécessite le passage dans les ateliers de production pour l'usinage des pièces, le montage et la coloration. Les temps de passage de chacun des produits dans chacun des ateliers ainsi que les capacités hebdomadaires de ces ateliers sont donnés dans le tableau suivant :

| | Châssis aluminium | Châssis bois | Châssis pvc | Capacité hebdomadaire |
|------------|-------------------|--------------|-------------|-----------------------|
| Usinage | 1 | 2 | 4 | 20'000 |
| Montage | 3 | 5 | 1 | 48'000 |
| Coloration | 1 | 1 | 3 | 17'000 |

La marge bénéficiaire sur le modèle en aluminium est de 10.- ; alors qu'elle est de 15.- sur le châssis en bois et de 25.- sur celui en pvc. Votre travail dans cette entreprise consiste à déterminer la solution optimale de ce programme de fabrication.

Exercice 4

Une fusée est lancée du sol verticalement et nous mesurons l'accélération a pendant les 80 premières secondes.

| | | | | | | | | | |
|------------------------------|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| temps t [s] | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| accélération a [m/s^2] | 30 | 31.63 | 33.44 | 35.47 | 37.75 | 40.33 | 43.29 | 46.70 | 50.67 |

1. Comme l'accélération est la dérivée de la vitesse, nous souhaitons calculer la vitesse de la fusée après 80 secondes avec la relation $V(80) = 0 + \int_0^{80} a(t) dt$. Utiliser la méthode des trapèzes, puis la méthode de Simpson.
2. Utiliser l'interpolation linéaire pour calculer à quel instant l'accélération était de 48 [m/s^2]

FIN

Bon travail!