Département de l'économie et de la formation
Service de l'enseignement

Departement für Volkswirtschaft und Bildung
Dienststelle für Unterrichtswesen

CANTON DU VALAIS
KANTON WALLIS

Lycée Collège Creusets

Examen de maturité 2019

Application des mathématiques	OS	5D	Version A

1. Un paysan décide pour se diversifier de se lancer dans l'héliciculture (élevage d'escargots comestibles). Pour débuter son élevage, il achète douze escargots pour la reproduction. Le vendeur lui précise que certains d'entre eux ne peuvent être accouplés sous peine de dégénérescence génétique. Ces incompatibilités sont résumées dans le tableau ci-dessous. Le vendeur lui précise encore que lorsqu'un groupe d'escargots est formé, chaque individu va s'accoupler avec chaque autre membre du groupe. Le paysan souhaite maximiser le nombre d'accouplements sans porter atteinte au patrimoine génétique de ses champions.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A												
B	✘											
C												
D			✘									
E	✘		✘	✘								
F		✘	✘	✘								
G	✘	✘										
H	✘	✘										
I	✘						✘					
J			✘									
K				✘								
L					✘							

a) Représenter ces incompatibilités sous la forme d'un graphe $G(V;E)$.

b) Calculer $\omega(G)$, l'ordre de la plus grande clique de G.

c) À l'aide de l'algorithme de coloration DSATUR, partitionner V en stables. Combien y en a-t-il et comment peut-on les interpréter ?

d) En déduire une borne supérieure pour le nombre chromatique $\gamma(G)$.

e) À l'aide de l'algorithme de coloration de WELSH & POWELL, partitionner à nouveau V en stables.

f) Quel est le nombre chromatique de ce graphe ? La seconde coloration est-elle optimale ?

g) Combien d'accouplements distincts le paysan peut-il escompter ? Ce nombre est-il optimal ?

Application des mathématiques	OS	5D	Version A

2. Une machine à calculer ne possède que trois touches : 2 , + et ÷ . Cela suffit tout de même à approcher le nombre

$$\psi = 2 + \cfrac{2}{2 + \cfrac{2}{2 + \cfrac{2}{2 + \dots}}}$$

à l'aide d'un algorithme de point fixe en posant

$$x_0 = 2 \qquad x_{n+1} = h(x_n) = 2 + \frac{2}{x_n}\,, \qquad n \in \mathbb{N}$$

a) Approcher le nombre ψ par dix itérations de cette méthode de point fixe. Arrondir les itérations à six chiffres après la virgule pour les écrire.

b) Montrer que déterminer le point fixe de la fonction h définie ci-dessus est équivalent à déterminer la racine positive de la fonction

$$f(x) = x^2 - 2x - 2$$

et déterminer la valeur exacte de cette racine.

c) Ayant trouver une calculatrice qui permet d'effectuer les quatres opérations de base de l'arithmétique, montrer qu'appliquer la méthode de Newton à la fonction f revient à appliquer l'algorithme de point fixe

$$x_0 = 3 \qquad x_{n+1} = g(x_n) = \frac{x_n^2 + 2}{2x_n - 2}\,, \qquad n \in \mathbb{N}$$

d) En étudiant la fonction

$$g(x) = \frac{x^2 + 2}{2x - 2}$$

montrer que la convergence vers le nombre ψ est assurée si $x \in \,]2, +\infty[$.

e) Effectuer autant d'itérations que nécessaires (mais pas plus !) pour obtenir une approximation par cette méthode dont l'erreur absolue est plus faible que celle associée à la dixième itération obtenue au point a) .

Application des mathématiques	OS	5D	Version A

3. La société suisse de pédiatrie fournit des courbes de croissance qui permettent d'évaluer la normalité de l'évolution corporelle d'un enfant. Le tableau ci-dessous contient des informations au sujet du poids d'un nouveau-né de sexe masculin.

Âge [mois]	0	3	6	9	12	15	18	21	24
Poids [kg]	3.7	6.2	7.9	8.4	9.7	10.2	11.0	11.6	12.0

a) Déterminer le polynôme de Lagrange qui interpole les observations obtenues avant le dizième mois et l'utiliser pour proposer une estimation du poids normal à cinq mois.

b) Proposer une nouvelle estimation du poids normal à cinq mois en interpolant les observations utiles à l'aide d'un arc de cubique.

c) Approcher l'aire sous la courbe de poids au cours de ses deux premières années de vie à l'aide de la méthode de Simpson.

FIN